

2.7.2 A megszámlálás tétele

A megszámlálás tétele meghatározott tulajdonságú elemek számát adja meg. Az általános algoritmus egy függvény (f) értékei között számlálja meg a megadott T tulajdonságnak megfelelőket az $[m,n]$ intervallumon. Az f függvény – csak úgy, mint az előbb – az egész számok halmazán értelmezett, és egész értékeket vesz fel, így a T logikai függvény is az egész számokról képez a logikai értékek halmazára.

Specifikáció

Bemenet: $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ – a függvény

$T: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{L}$ – a logikai- vagy tulajdonságfüggvény

$m, n: \mathbb{N}$ – az intervallum határai

Kimenet: $db: \mathbb{N}$ – az f függvény által az $[m,n]$ intervallumon felvett T tulajdonságúak száma

Előfeltétel: $m=m' \wedge n=n' \wedge m \leq n$;

azaz m és n adottak, és az intervallumnak legalább egy eleme van

Utófeltétel:

$$\text{Előfeltétel} \wedge db = \sum_{i=m}^n \kappa(T(f(i)));$$

ahol $\kappa(T(x))=1$, ha $T(x)$ igaz és 0, ha $T(x)$ hamis

(1-et ad vissza, ha x T tulajdonságú és 0-t, ha nem)

azaz az előfeltételben megfogalmazottak változatlanul fennállnak (az algoritmus nem módosítja sem az m , sem pedig az n értékét), a db pedig az m és n közötti T tulajdonságú elemek számát tartalmazza

Algoritmus

Megszámlálás(m,n)

Algoritmus eleje

(1.) $db \leftarrow 0$

(2.) $i \leftarrow m$

(3.) Ciklus amíg $i \leq n$

(5.) Ha $T(f(i))$ akkor $db \leftarrow db + 1$

$i \leftarrow i + 1$

(6.) Ciklus vége

Kiír(db)

Algoritmus vége

Az algoritmus magyarázata

- (1.) *A változók inicializálása 1.*: a db értékét 0-ra állítjuk – így ha értékét minden egyes T tulajdonságú elemnél eggyel növeljük, végül pont a keresett elemek számát kapjuk.
- (2.) *A változók inicializálása 2.*: az i változóval lépkedünk végig a vizsgált intervallum pontjain, ezért a ciklus elindulása előtt értékét az intervallum első elemére kell állítanunk. (Az i-t *munkaváltozónak* vagy *ciklusváltozónak* szokás nevezni.)
- (3.) *A ciklus feltétele* (mivel most előtesztelési ciklust használunk, *bentmaradási* vagy *belépési feltételnek* hívjuk): i-vel addig lépkedünk, míg el nem érjük az intervallum felső határát. Mivel a ciklus előtt i-t m-re állítottuk, és értékét a ciklusmag végén növeljük, a ciklus belépési feltétele $i \leq n$. (Ha a ciklus előtt i-t m-1-re állítanánk, lehetne a feltétel $i < n$, de ekkor a ciklusmag első lépéseként rögtön növelnünk kellene az értékét.)
- (4.) *Elágazás*: minden f(i)-re megvizsgáljuk, hogy a T tulajdonságfüggvény igaz-e rá. Amennyiben igen, a számlálásra alkalmazott db változónk értékét eggyel növeljük. Ha az aktuális függvényérték nem T tulajdonságú, úgy ebben a lépésben semmit nem csinálunk (ezt szimbolizálja a SKIP, azaz üres utasítás).
- (5.) *A ciklusváltozó növelése*: az i értékét eggyel növeljük, így az intervallum következő elemére lépünk vele.
- (6.) Kiírjuk az eredményt – általában – a képernyőre.